

“2007 全国模式识别学术会议”专栏前言

模式识别(Pattern Recognition)是对感知信号(图像、视频、声音等)进行分析,对其中的物体对象或行为进行判别和解释的过程。研究模式识别的理论和方法,使计算机实现人的视觉、听觉信息处理等模式识别能力,对智能机器的研制、智能人机交互、信息有效利用、人类健康和社会安全等具有重要的意义。

20世纪60年代以来,模式识别研究和应用取得了巨大的进展。中国学者从20世纪70年代初开始模式识别研究并在80年代以来陆续主办了全国性模式识别学术会议十多次,有力地推动了中国模式识别学科的发展和与国际学术界的交流。

为了进一步促进模式识别学科发展和加强国内外学术交流与合作,由中国自动化学会和中国科学院自动化研究所主办、中国自动化学会模式识别与机器智能专业委员会和模式识别国家重点实验室承办,于2007年12月11~12日在北京召开了2007年全国模式识别学术会议(Chinese Conference on Pattern Recognition, CCPR2007)。本次会议共收到117篇投稿论文,在综合专家评审意见的基础上,有57篇论文被接收到会议上发表。会后,经会议程序委员会推荐及同行专家评审,优选其中7篇关于图形/图像/视频分析方面的优秀论文组成本专栏。

感谢2007年全国模式识别学术会议程序委员会委员和评审专家对论文的仔细评审和提出的改进意见。

谭铁牛 刘成林

3 维点云的拓扑结构表征与计算技术

张义宽^{1),2),3)} 张晓鹏^{1),2)} 查红彬⁴⁾ 张讲社³⁾

¹⁾(中国科学院自动化研究所中法联合实验室,北京 100080) ²⁾(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室,北京 100080)

³⁾(西安交通大学理学院,西安 710049) ⁴⁾(北京大学视觉与听觉信息处理国家重点实验室,北京 100871)

摘要 拓扑结构特征在3维点云的简化、变形、曲面重建、匹配与检索、形状分析与理解、压缩与传输以及实际应用中具有重要的作用,是3维点云信息的一类关键特征。该文综述了3维点云拓扑结构表征与计算的一些有关概念、方法和技术,评述了点云拓扑结构表征与计算的典型方法及其最新进展,介绍了点云拓扑结构表征及计算的一些实际应用,给出了一些研究结果,并展望了这些问题的发展趋势。

关键词 3维点云 拓扑结构 形状分析与理解 Level Set方法 Reeb图

中图法分类号:TP391.4 TP391.9 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)08-1576-12

基金项目:国家自然科学基金项目(60674128,60473110,60073007);国家高技术研究发展计划(863)项目(2006AA01Z301);北京市自然科学基金项目(4062033)

收稿日期:2008-04-10;改回日期:2008-05-18

第一作者简介:张义宽(1963~),男,副教授。西北大学获计算机辅助几何设计与计算机图形学方向理学硕士。主要研究方向为计算机图形学、数字几何处理、智能计算与数据挖掘等。E-mail: zhangyk261@163.com

A Survey of Topologically Structural Representation and Computation of 3D Point Cloud Data

ZHANG Yi-kuan^{1),2),3)}, ZHANG Xiao-peng^{1),2)}, ZHA Hong-bin⁴⁾, ZHANG Jiang-she³⁾

¹⁾ (LIAMA, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

²⁾ (National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

³⁾ (School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

⁴⁾ (National Laboratory on Machine Perception, Peking University, Beijing 100871)

Abstract Topological structure plays an important role in simplification, transformation, surface reconstruction, compression and transmission, matching and retrieval, shape analysis and understanding, and applications of point cloud data. It is one class of the key characters of 3D point cloud data. Relevant concepts, methods and techniques of topologically structural representation and computation are surveyed and summarized in this paper. Typical techniques and their latest developments are remarked. Practical applications of topologically structural representation and computation of point cloud data and our some latest results are presented. Our perspectives of these problems and techniques are shown.

Keywords 3D point clouds, topological structure, shape analysis and understanding, level set method, Reeb graph

1 引言

继数字音频、图像和视频之后,3 维数字几何信息(包括几何模型和光照属性)成为第 4 类数字媒体^[1-3]。3 维几何模型是指通过 3 维数字化设备对物体表面采样,经过处理而得到的物体表面的点云信息、网格信息、应用 3 维建模软件构造的 3 维曲线/面模型(解析模型)以及 3 维实体信息(体素信息)。由于各种高低档 3 维激光扫描仪的迅速发展与应用,现在人们可以比较方便地对不同规模和不同复杂度的真实物体表面进行点采样,获取不同精度的点云数据,使得越来越复杂的几何对象与场景都可以实现数字化。所以点云(点采样曲面)成为一种重要的 3 维几何模型,而且相继出现了对点云模型的处理、编辑、重建和绘制方面的理论与应用研究工作。点云已成为计算机图形学、数字几何处理等学科的研究热点^[1-5]。

在点云的处理与应用研究中,出现了越来越大规模复杂的 3 维点云数据,这些数据的存储、预处理、编辑、特征提取(包括几何特征、统计特征和拓扑结构特征)、形状分析、模型匹配、理解以及共享等成为急需解决的问题,其中一个关键的基本问题是点云形状特征(几何特征、统计特征和拓扑结构特征等)的提取及其在计算机中的表示。

虽然这个问题的研究已经有了较大的进展,但目前关于点云模型的去噪、内蕴几何量(法向量、曲率等)估计、统计特征、拓扑结构特征等的提取方法与表征技术,还不成熟,有关点云数据的分类、识别(主要集中在逆向工程产生的点云模型和 CT(computed tomography)重建模型)、形状分解、匹配和检索方法、压缩与传输技术还比较少^[1-6],这些相关工作需要人们进一步去研究,尤其是点云形状分析与理解中拓扑结构特征的提取与表征技术及其应用还需要进行深入系统的研究。

2 3 维点云的拓扑结构

点云曲面是数字几何媒体(又称为 3D 媒体)的



(a)白皮松的照片

(b)白皮松的点云数据

图 1 白皮松及其点云数据

Fig. 1 White bark pine and its point cloud data

主要载体,是由物体模型表面上一系列空间采样点构成的、对模型描述的边界表示^[1-5],如图 1 所示。点云的形状特征主要包括几何特征、统计特征和拓扑结构特征等^[5,7]。拓扑结构特征主要有突出特征点、临界点、拓扑环、骨架、Reeb 图、连通性等等,例如骨架是对点云主要特征的一种可视化描述,符合人类的视觉特征^[5,8-11]。

拓扑是指形状本身的结构(特征和部分-整体分解等)或者各种几何实体在空间的关联。3 维点云的突出特征点^[12]、临界点^[8,9,13-15]等如图 2 所示。Reeb 图实例见本文 3.3 节。Cheng, Zhang 等人给出的点云的骨架见本文 4.3 节所示^[16]。

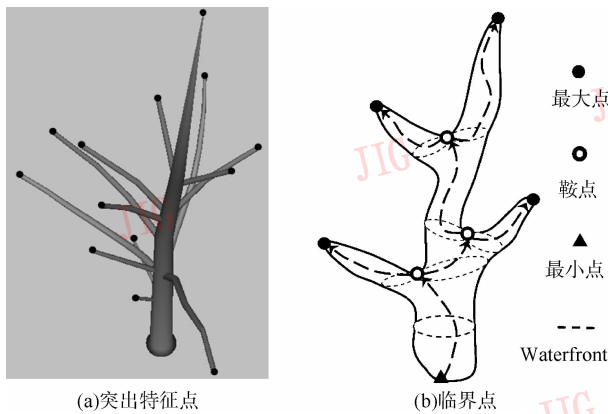


图 2 点云的拓扑结构特征示意图

Fig.2 Diagrams of topologically structural feature of point cloud

肖春霞等人采用移动最小二乘法(MLS)和 Level Set 方法以及虚拟测地线的概念,计算了点云模型上两点之间的测地距离和测地线的逼近拟合^[17]。

Yamazaki 等人^[6]根据 Morse 理论的思想,通过在输入的点云上建立离散函数及其相关的梯度流场,利用拓扑方法定义了(梯度流场的)特征——sinks,通过拓扑特征 sinks 所确定的超节点(supernode)构成图,对点云进行了较好的分解^[18]。其特征及分解结果如图 3 所示。

Valerio 等人给出了一个简单、快速和鲁棒的计算 3 维网格的 Reeb 图的方法^[19]。简单、快速和鲁棒的计算 3 维点云 Reeb 图的方法是点云拓扑结构特征表征与计算中需要研究的一个重要问题。

从目前已有工作来看,拓扑结构特征是点云的重要特征之一,对点云的分类、简化、变形、形状分析与识别、曲面重建、匹配和检索等研究,都有重要的作用^[1-6,19-24]。准确、快速地提取拓扑结构特征,也能够促进点云模型的共享与再用,有益于和点云模

型相关的产业——例如游戏、电影等的发展。寻找提取点云拓扑结构特征的简单、有效、快速的方法与技术,对点云的形状分析与理解及其应用仍然具有很重要的意义。

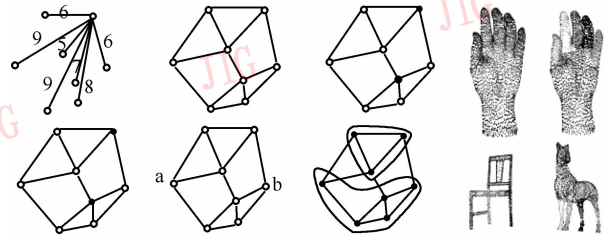


图 3 点云、测地距离、拓扑结构特征以及分解结果^[18]

Fig.3 The point cloud, geodesic distance, topologically structural features, and the decomposed results^[18]

3 典型的拓扑结构表征与计算技术

目前,描述 3 维模型的拓扑结构的方法主要有 Reeb 图法和中轴线(骨架)法。Reeb 图从连通区域的角度来计算 3 维模型的拓扑结构,而中轴线(骨架)方法则从 3 维模型骨架的角度来计算 3 维模型的拓扑结构。点云的拓扑结构也可以用上述方法描述。表面测地线距离能有效地刻画 3 维模型的拓扑形状^[12,17,18,21,22],由测地距离分布的连续函数可以确定多分辨率 Reeb 图^[8,13,25,26],测地线与测地距离在点云拓扑结构特征提取中起着重要的作用。Level Set 方法可以确定点云上的拓扑特征点^[15]以及点云上的虚拟测地线^[17],也是 3 维模型骨架提取的重要方法之一。因此,下面依次简要介绍测地线与测地距离、Level Set 方法、Reeb 图以及骨架提取技术等。

3.1 测地线与测地距离

3.1.1 测地线

测地线是连接曲面上给定的两点之间的最短路径。按照应用领域的不同,对测地线的定义也各不相同,目前已有许多计算测地线的方法^[17,21-24],其中使用最广泛的定义是将测地线看作 3 维模型表面两点之间的最短路径,该路径被约束在模型的表面,曲面上两点之间的测地线的长度就是这两点之间的测地距离。

根据计算结果的精确性,3 维模型上测地距离的计算方法可以分为两大类:精确方法和近似方法。Facund 等人提出了隐式曲面上测地线的计算方法^[17,21,24],但其不能直接应用到点云模型上;

Pottmann 等人提出了一种参数曲面上两点间测地线的计算方法^[22],该方法采用平方距离最小化样条逼近(square distance minimization, SDM)将一条活动的 B-spline 曲线快速迭代优化,求得曲面上一条由样条表示的精确测地线;Kumar 等人给出了在三角网格模型上计算折线表示的离散测地线的方法^[23]。

肖春霞等人提出了利用 Level Set 方法计算点云模型上点之间测地线的方法^[17],它采用移动最小二乘法(MLS)和虚拟测地线的技术,通过计算点云模型上到虚拟测地线距离最近的点而得到模型上的测地线,因此给出的测地线是离散的近似结果。这种方法的优点是能比较精确地计算有噪声、分布不均匀的点采样模型的测地线;可根据用户所需测地线精度的不同,自适应地对模型进行重采样;通过局部曲面重建,按照测地线的定义比较精确地计算出测地曲线;适用于大规模的点云数据。但是这种方法给出的测地线是离散的逼近结果。

杜培林等人采用 Dijkstra 最短路径算法,把 SDM 框架应用到点云模型上两点间测地线的计算上,得到点云模型上两点间的测地线^[21]。这种方法的缺点是计算结果容易受到点云的采样噪声或采样稀疏的影响,算法的精确性和效率较低。需要进行改进的工作是如何更加精确地找到垂足,从而计算点到点云模型的距离;在对目标函数 F 的迭代过程中,如何自动确定一个最优的能量权因子 λ ;如何根据点云模型的局部特性对点云模型进行非均匀单元剖分等^[21]。

3.1.2 测地距离

一般地,曲面上两点之间的测地线的长度就是这两点之间的测地距离。利用这个定义,可以计算出模型上的一个源点到其余各点之间的测地距离。

由于实际应用的需要,源点可以是点,也可以用线或面替代。另外,由于测地线定义的不同,到目前为止,人们已经给出了许多不同的测地距离的定义,并给出相应的计算方法^[13,17,21-24]。为了利用 MRG (multiresolution reeb graph) 实现网格模型的拓扑匹配,Hilaga 等人利用测地距离的分布定义了网格上的连续函数,并由此构造 MRG,其中还给出了网格上平均测地距离的定义^[13]。

Kimmel 和 Sethian 使用快速跟踪法(fast marching method)来近似计算网格上的测地距离和测地线^[27,28]。Novotni 和 Klein 在此基础上改进了算法的更新步骤,得到更加精确的结果。

Yamazaki 等人根据 Morse 理论的思想分解点云时,定义了点云上两点间的测地距离^[18]。肖春霞等人采用移动最小二乘法(MLS)和虚拟的测地线的技术,提出了利用 Level Set 方法计算点云模型上点之间测地距离和测地线的方法,并由此通过交互进行点云的“区域”分解^[17]。

因此,测地线与测地距离在点云拓扑结构特征提取中起着重要的作用,确定点云上计算测地线的稳定、简单、快速、准确的方法,对点云的研究具有一定的意义。

3.2 Level Set 方法

Level Set 方法自然而鲁棒地解决了界面演化中拓扑结构改变的问题,是跟踪界面演化的重要方法^[7,13-15,27-29]。20 世纪 90 年代以来,许多学者对此进行了大量研究,使得 Level Set 方法在计算机图形学、计算物理、图像处理、计算机视觉、化学和控制理论等众多领域得到了广泛应用^[7,13-15,27-29]。

Level Set 方法将运动界面表示为高维场函数的零等值面,通过 Level Set 方程驱动场函数演化,从而跟踪运动界面的演化。在 Level Set 方法中求解 Level Set 方程的技术,提高方程的求解效率对 Level Set 方法的实际应用有着重要的意义。现在,人们已经对求解 Level Set 方程进行了深入研究,并提出了许多成功地应用于微分方程的数值求解的自适应方法。这些方法使求解 Level Set 方程的过程得到简化、实现简单,对降低计算复杂度与计算量、提高求解速度与效率、减少误差、提高精度和细节捕获能力、达到更好的界面跟踪效果、拓宽 Level Set 方法的应用范围等起到了很大作用,极大地推动了 Level Set 方法的发展。

肖春霞等人采用虚拟测地线技术,利用移动最小二乘法(MLS)法和 Level Set 方法,计算点云模型上点之间测地距离和测地线,通过人机交互,实现了对点云的“区域”分解^[17]。Tam 等人通过 MSD(modified Level Set diagram),计算了网格表面上的临界点(最大点、最小点和鞍点)、拓扑环和突出部分,实现了网格的匹配^[15]。这些都是利用 Level Set 方法提取点云的拓扑结构特征的范例和参考,对继续利用 Level Set 方法提取拓扑结构特征及其应用的研究有一定的参考价值。

3.3 Reeb 图

Reeb 图是由定义于模型上的连续函数所确定的骨架,它是形状和拓扑表示的基本数据结构^[19]。

Reeb 图从连通区域的角度来计算 3 维模型拓扑结构。

由于能较好地表达任意维模型的拓扑形状、实现自动计算和对形状具有很好的鲁棒性,因此 Reeb 图在不同应用领域的数字模型拓扑形状描述中得到了深入的研究和广泛的应用^[13,19,27,28]。

Reeb 图的思想是在 3 维模型上定义一个连续函数 f , 首先计算每个顶点的 f 函数值, 然后根据 f 值将模型上的顶点进行分类, f 值相同且位于同一连通分量上的点归为一类, 最终得到原顶点集的一个商集。将商集中的点根据原有模型点间的邻接关系连接起来, 就得到原有模型的一个骨架。基于该思想的算法大都集中在寻找一个好的 f 函数来对模型顶点进行划分上。依据不同的 f 函数定义的 Reeb 图不同, 所创建的骨架也不同。Morse 理论及其函数是构造 Reeb 图的理论基础。Reeb 图是 Morse 函数的一个应用, Reeb 图的示例如图 4 所示。

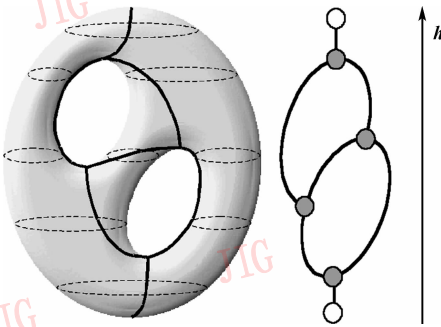


图 4 双环面及其 Reeb 图^[9]

Fig. 4 The Reeb graph of a bitorus^[9]

Morse 函数的定义大致如下: 函数 $f: M \rightarrow \mathbf{R}$ 是把 3 维模型映射到一个实数集的函数, 如果在 3 维模型上的某个顶点 $P(x, y, z)$ 上有 $\nabla f(P) = 0$, 那么 $P(x, y, z)$ 就称为临界点。如果一个临界点的矩阵 $\left[\left(\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right) \right]$ (Hessian 矩阵) 的行列值不等于 0, 那么这个临界点又称为非退化的临界点, 如果函数 f 的所有临界点都是非退化的, 就把这个函数称为 3 维模型的 Morse 函数。

起初, 人们为了研究一个空间中不同形状之间的关系以及在空间上定义的光滑函数的临界点的关系, 建立了 Morse 理论。最近, Morse 理论被成功地应用于在标量场数据的可视化中构造多分辨率结构。Hilaga 使用表面测地线距离作为 Morse 函数, 并且提出了一种多尺度 Reeb 图算法^[13]。Biasotti

在 Morse 理论和 Reeb 图的基础上给出了扩展 Reeb 图 (extended Reeb graph, ERG)^[8], 用以表示临界点之间的拓扑关系 (临界点是反映曲面拓扑结构的关键点), 这种扩展 Reeb 图为模型的分类、简化和存储提供了有效的形状表示。Dey 等人利用 Morse 理论的思想定义离散域上的光滑函数进行网格的分割^[30]。Xiao 等人采用了一种离散 Reeb 图 (DRG) 的方法来对人体模型的拓扑结构进行分析, 其中 Morse 函数是高度函数^[25]。Bespalov 等人提出了一种顶点的距离矩阵, 通过距离矩阵对 3 维模型进行分解来得到 3 维模型的 Reeb 图^[31]。Tung 等人提出了一种增量 Reeb 图算法, 这个算法采用的 Morse 函数也是高度函数^[32]。

Naoufel 等人给出了鲁棒的构造关节和管状物体 3D 点云的 Reeb 图的方法^[26], 如图 5 所示。Yamazaki 等人根据 Morse 理论的思想, 构造了由超节点构成的图, 对点云进行了解析^[18]。

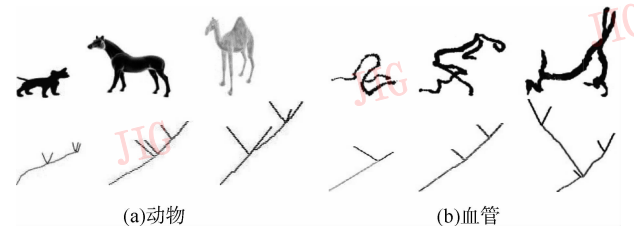
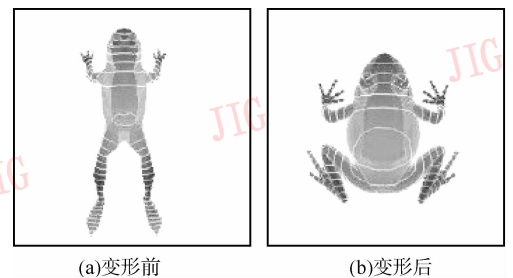


图 5 点云及其 Reeb 图实例

Fig. 5 Instances of point clouds and their Reeb graph

表面测地线距离能有效地刻画 3 维模型的拓扑形状, 如图 6 所示^[13]。从图中可以看到, 表面测地线具有较好的衡量效果。由测地距离分布的连续函数所确定的多分辨率 Reeb 图 MRG 对由于模型的简化和剖分所引起的“连通性”的变化具有鲁棒性。



(a) 变形前

(b) 变形后

图 6 可变形形状的函数分布示例

Fig. 6 Illustration of functional distribution of deformable shape

3 维模型的 Reeb 图与阈值的划分有很大的关系, 不同的划分密度, 得到的 Reeb 图具有较大的差

别,这个是 Reeb 图的一个缺陷。

Valerio 等人给出了一个简单、快速和鲁棒的计算 3 维网格的 Reeb 图的方法^[19]。寻找计算 3 维点云的 Reeb 图的简单、快速和鲁棒的方法是点云特征提取及其应用中一个值得研究的问题。

3.4 骨架提取技术

除了 Reeb 图,常用的 3 维模型拓扑结构表达方式还有中轴线图,又称为骨架图。由于在保持拓扑特征、方向和其他局部特征的同时,可以用直观、紧凑的形式有效地表示 3D 模型,因此骨架图在视觉可视化、计算机图形学、计算机视觉、模式识别、虚拟现实等领域得到了广泛的应用^[5,16,33-35]。

骨架图从 3 维模型中轴线的角度来计算 3 维模型的拓扑结构,所以骨架图可以描述 3 维模型拓扑结构特征,它是对 3 维模型主要特征的一种直观形象的可视化描述,它符合人类的视觉特征^[5]。当然,骨架也是 3 维点云形状的一个重要拓扑结构特征,它能通过中轴线更简洁地再现 3 维点云的形状及拓扑变化。实验结果表明,骨架更适合用来描述有关节或分支的模型。

使用不同的技术,人们已经发展了许多 3D 模型的骨架提取方法,主要有细化的方法、基于距离变换的方法、Voronoi 图的方法、Level Set 方法、方向测试法、PDEs (differential equations) 方法以及混合的方法^[17]。Du 等人通过扩散方程 (diffusion equations),用 PDEs 方法提取了 3D 网格模型的骨架^[11]。这种方法不但速度比较快,而且实现了不同阶段骨架抽取的可视化。Cheng 等人利用几何方法对点云数据进行了骨架抽取的研究^[16,33],取得了良好的效果,具有一定的实用价值。

目前,3 维模型(包括点云)的骨架计算量较大,对 3 维模型的孔、洞比较敏感,对噪声的鲁棒性较差。此外,骨架计算对 3 维模型有较多的限制,其可计算性较差,自动化程度较低。

在点云的骨架提取方面,需要进一步研究的主要问题^[9]可能有:(1)如何利用不同骨架进行形状描述,这些骨架或者由形状的不同几何表示形式所得到,或者是与不同类型特征集合相关的骨架;(2)在骨架估计和特征抽取的基础上,将给定的形状分解为有意义的部分,即进行形状分解;(3)基于骨架的 3 维点云的重建与测量;(4)复杂形状骨架提取的一般方法,提高骨架提取的自动化程度。

3.5 点云的谱分析技术

在点云研究中,也可以将点云曲面从空间域转换到频率域,以研究它们的频率特性,通过频率分析反过来得到它们的几何与拓扑结构特征^[2]。这种研究工作的基本思想是把非规则、非结构化的点云转化为用一系列规则的重采样高度场描述物体表面的模型表示形式^[36]。其核心技术有几何信号的采样、变换与频域分析。

2001 年,Pauly 等人开创性地提出点集曲面的谱分析方法^[2,36],他们在点云模型上建立局部的频率概念,并引入统一的频谱表达式。Pauly 等将模型点云自动地映射到多个规则重采样后的基平面上,计算每个投影域内的 Fourier 变换,可以得到模型的局部频谱分量,支持滤波、重采样、频谱分析和局部误差控制等应用^[36]。因此,直接分析和操纵这些频谱系数,就可以实现过滤、重采样,高频分析及局部误差控制与修复。这种方法的主要贡献在于:(1)该算法可以直接对点及法向量进行操作,不需要顶点间的连接信息,而且该算法易于硬件实现;(2)该算法为点集曲面的信号分析处理提出了新的思路^[2,36]——采取一种局部化方法,用 DFT (discrete Fourier transform) 在频域内可以得到许多滤波效果,其采样方法为传统的方法,简单实用。当然,这种方法也有一些不足之处,例如这是一种完全局部化的方法,重采样效率不高。2003 年,Pauly 等人利用谱分析的思想进行了点云的形状建模研究。2006 年,Pauly 等人利用谱分析的方法给出了点云的离散多尺度曲面表示^[37]。在一定程度上,这种表示具有允许在不同尺度修改曲面的高层语义。用户不但可以在整个模型上根据不同近似度的要求,完成模型在粗尺度下的编辑,而且还可以在曲面细节上进行局部化的修改。Liu 等人通过谱嵌入和轮廓分析技术给出了网格的自动分解的二分迭代算法,分解结果基本与网格形状的组成结构一致,而且能够识别模型的突出部分^[38]。Zhang 等人给出网格处理与分析的谱方法的综述^[39]。这些关于网格的谱方法的研究,对点云的谱处理技术有一定的借鉴作用。

由离散傅里叶变换 (DFT)、离散小波变换 (DWT) 获得的频谱可以得到 patch 面的谱表示^[6,36],谱域中的基函数表示面的自然振动模式,因此它们将特定的面特征与一定的频率间隔关联起来。例如,低频信号表示整体的几何形状,而高频信号代表细节和噪声。利用这种方法可以获得点云的

局部几何特征和整体形状特征,例如拓扑结构特征,进而对点云进行处理。

3.6 点云简化

由于点云数据往往有大量的冗余,例如噪声、重叠、采样不均匀等,因此对原始点云数据进行操作之前,一般需要对点云进行重采样:包括消除噪声、除去重复点、简化模型等,其中简化模型是最重要的重采样。Pauly 等人使用优化的思想给出了点云简化的描述,并给出了一种有效的点云简化方法^[2,40]。

点云简化的主要方法有:聚类法、递归简化法、粒子系统模拟法、基于误差和光顺控制的方法^[2,40]和基于 Fast Marching 技术的方法。其中第 4 种方法是在前 3 种方法的基础上,由 Pauly 等人提出的一种新的进行点云曲面简化的优化方法^[41],该方法综合了前 3 种方法的优点,将误差控制和光顺控制作为简化的目标,取得了很好的效果^[2,40]。Moening 等人利用测地 Voronoi 图和 Fast Marching 技术给出了一种由粗到细的有效的点云简化方法^[41],这种方法能够保证简化后点云的密度,并支持输入点云的子采样和重采样,允许均匀简化和用户控制的特征敏感的简化。这种方法不但可以进一步处理非均匀分布的点云和具有病态孔洞的单纯复形的点采样曲面,而且其还是递进的,并支持 LOD 形式的多分辨率表示的生成^[41]。近几年许多学者都在网格简化与点云简化方面做出了有意义的工作,例如基于八叉树的点云简化方法,基于小波分析的点采样表面简化,以及均匀聚类与迭代简化相结合的方法等。

在对点云的研究中,如果采取先简化,再进行处理的思路,那么点云的简化对点云的几何特征、统计特征、拓扑结构特征的提取与表征有一定的意义。有时,也需要先完成特征提取等其他操作与处理,然后进行简化。由于把非规则、非结构化的点云转化为用一系列规则的重采样高度场描述物体表面的模型表示形式^[36,37]是点云频域处理的基本思想,所以研究如何利用频域方法得到点云的保持原模型的局部几何特征与拓扑特征的多分辨率表示,应该是一个有意义的工作。

4 拓扑结构表征与计算技术的应用

4.1 点云的形状分解

形状分解的目的是把复杂拓扑结构的外形分解为若干个具有一定形状意义的、结构简单的外形的

连接体,这有利于外形识别、理解和重建。主要工作包括复杂拓扑结构信息的提取和形状的分解两个方面。面临的挑战至少有两个:一是,关于一个形状可分解性的认知研究和由此而进行的形状分解过程仍然是目前人们正在进行研究的问题;二是,从几何处理的观点看,由于 3D 数据所引入的复杂性,把相关结果从认知研究转化到可实现的分解算法,并达到鲁棒和有效,并不是简单的工作。

点云的形状分解是指按照从点云中所抽取的几何特征和拓扑特征等,将点云集合分解为一组数目有限的、具有一定形状意义的、“连通”的自然点组,如图 7 所示。点云形状分解的结果如图 3 所示。

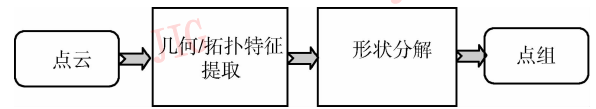


图 7 点云分解及其基本过程示意图

Fig. 7 Schematic diagram of basic procedure of point cloud decomposition

因此,点云分解的关键有 4 点:(1)如何确定形状的意义,并使其与人类的视觉感知相一致;(2)如何简单、准确、快速地从给定点云中抽取几何特征和拓扑结构特征;(3)点组“边界”的划分技术;(4)分解结果与变换以及对象的姿态无关。

把点云分解成具有一定形状意义的自然点组,对于点云的简化、骨架抽取、分类、匹配、变形、形状分析与理解、检索以及曲面重建等都具有至关重要的意义^[2,3,12,18,20,30,42-45]。进行点云分解的基本技术有测地距离与测地线的计算、Morse 理论、Reeb 图、Level Set 方法、骨架技术(利用骨架进行点云的形状分解)、形状分布技术^[35,47]、频域处理技术以及利用能量场的方法等等。

Dey 等人最早根据 Morse 理论的思想,在网格上定义了离散域上的光滑函数,通过函数的最大值,分割 3 维网格模型^[30]。肖春霞等人提出了利用 Level Set 方法计算点云模型上点之间测地距离与测地线的方法^[17],它采用移动最小二乘法(MLS)和虚拟测地线的技术,通过交互实现了点云的“区域”分解。这种方法给出的测地距离是逼近结果,并且分解过程需要人机交互,不能实现自动分解。Bucksch 等人利用八叉树与图论计算了点云的骨架,并对树状植物的点云数据进行了分解^[7]。Yamazaki 等人根据 Morse 理论的思想,通过在输入的点云上建立离

散函数及其相关的梯度流场,利用拓扑方法定义(梯度流场)特征——sinks,由sinks特征所确定的超节点构成图,然后使用谱分析的方法对这个由超节点构成的图进行二分操作,从而达到对点云进行分解的目的^[18]。该方法直接针对点云进行分解,不需要事先重建出点云曲面的显式表达式,能够得到有意义的分解,但分割边界不够准确,分解过程不够简洁。

对于点模型的参数化问题,目前已有的方法非常有限。Miao等人提出了一种点模型的基于微分属性的分片和参数化方法^[46]。该方法基于两个准则对点模型进行分片——采样点之间的欧氏距离准则和微分属性之间的角度偏差准则,利用统计K-Means聚类方法,按照一定的聚类准则将点模型分片并利用IsoMap的统计降维技术进行参数化^[46]。

点云的拓扑分解的研究刚刚开始,进一步寻找简单、分解结果与人对形状分析与理解相一致的点云分解的方法,推动这一技术的发展,是点云的处理及应用研究的一个比较重要的方面。变换的思想、基于(拓扑)特征的分解、基于多特征结合的分解、基于形状分布的方法、基于图像的方法、基于能量的方法等可能是点云分解的有意义的研究。

4.2 点云的匹配

Lazarus等人给出Level Set方法构造3维模型的骨架,成为提取3维模型拓扑结构特征的重要方法^[14]。Chuang等人使用和改进这种方法通过临界点来提取网格模型的骨架和其他几何特征。Steiner修改了文献[14]中的方法,以便处理亏格拓扑^[13-15]。Bucksch等人利用八叉树与图论计算了点云的骨架,并对树状植物的点云数据进行了分解^[7],其中的骨架也可用于进行点云的匹配。Hiliga等人提出使用Reeb图的基于拓扑匹配的方法,使用了MRG进行拓扑匹配^[13],Sundar等人提出使用显性骨架的方法^[9],Tal等人给出将3维模型的组成成份以及骨架作为拓扑结构特征的方法^[28,32]。Valerio等人提出了一种鲁棒的在线计算网格Reeb图的方法^[19],可以用于网格模型的匹配。

基于拓扑结构特征的3维几何模型匹配方法具有如下主要优点^[15,48,49]:(1)能促进3维几何模型的共享与再用,有益于3维几何模型,特别是可变形模型在游戏和电影工业中的应用;(2)由于骨架、Reeb图等拓扑结构特征对平移、旋转以及姿态具有

不变性,因此这种方法适宜于处理可变形模型,而且匹配结果符合人类的直觉;(3)适用于模型的全局匹配和局部匹配;(4)该方法不仅能识别拓扑不同的模型,而且对于几何不同而拓扑相似的模型也能识别;(5)基于Reeb图的拓扑匹配方法对于由模型简化、子分、网格重构等引起的连通改变是鲁棒的,对模型变形引起的变化、噪声带来的影响不敏感。当然,基于拓扑结构特征的匹配方法也有缺点,例如,这类算法的可计算性较差;进行骨架提取时对原始模型的信息要求比较严格,对一些退化的模型进行骨架提取则可能会导致不正确的结果,影响匹配;同时,由于骨架提取方法的不同,有时对模型的一些噪声会异常敏感^[15,48,49]。

3维模型匹配是基于内容的3维模型检索系统的主要研究内容之一^[3,15]。点云的匹配是3维模型匹配的一个重要研究方向。与一般3维模型一样,根据匹配时所利用模型的特征信息,点云的匹配方法可以分为(1)基于几何特征(特征向量)的方法;(2)基于统计特征的方法;(3)基于拓扑结构特征的方法(如图3、图5、图8所示);(4)基于视觉特征的方法。对模型变形引起的变化、噪声简化带来的影响不敏感。

关于网格模型、体素模型和解析模型的基于拓扑的匹配方法已有许多研究,其方法主要有^[3,15,48,49]:基于测地距离的多尺度Reeb图(MRG)的匹配方法;基于测地距离的SVD(singular-value-decomposition)方法;基于optimal error-correcting subgraph isomorphism algorithm的成分图(component graph)法;基于体素细化(voxel thinning)的最大基和最小权双向匹配方法;基于ERG的error tolerant graph isomorphism algorithm等等。

关于点云模型的基于拓扑的匹配方法是目前人们正在研究的问题。基于拓扑的匹配方法中,基于拓扑结构的点云模型的表征是一个关键问题,模型特征表征结构要能有效的包含整体和局部特征,例如,如何用Reeb图表示3维模型;高维几何特征(包括拓扑结构特征)的表示,特别是对相似模型、不同骨架的识别与匹配等。另外,寻找点云模型快速而精确的基于拓扑结构特征的匹配方法;研究基于基本几何特征与拓扑特征的高维特征的匹配方法等,对点云模型的匹配和检索等具有重要意义。

4.3 树木的骨架提取与测量

拓扑骨架对形状描述具有重要的意义^[44]。在虚拟现实、城市景观设计中,树木的骨架以及数字化测量对以树木为主要内容的自然景观的模拟也非常重要。

Jason 等人利用激光扫描仪对以森林为背景的火炬松(loblolly pine)的树冠以下的枝干进行了测量^[33],树干直径的测量结果与用卡钳测量的结果非常接近,树干的高度误差也比较小。这种测量技术的关键是提取树的枝干表面的几何中心点,即树干的中轴线上的点。由于对接近树冠以及树冠以下的枝干的测量精度很高,所以测量结果表

明这种测量方法具有一定的潜力。Cheng 等人根据一棵真实树的单幅深度图像,通过确定树枝和树干的初始轴向及其骨架,给出了重建树枝和树干的 3D 模型的一个简单而有效的方法^[16]。这种方法是一种由真实树的单幅深度图像重建树枝和树干的圆柱模型的半自动方法,其基本思想是通过圆柱拟合在每一点确定轴向,并在此基础上进一步计算 3 维骨架点。由于一般化的圆柱是计算机图形学中植物建模的基本元素^[16],所以这种方法中树干和树枝的圆柱模型可以作为植物生长模拟中的输入数据或真实树的一种测量结果,其结果如图 8 所示。

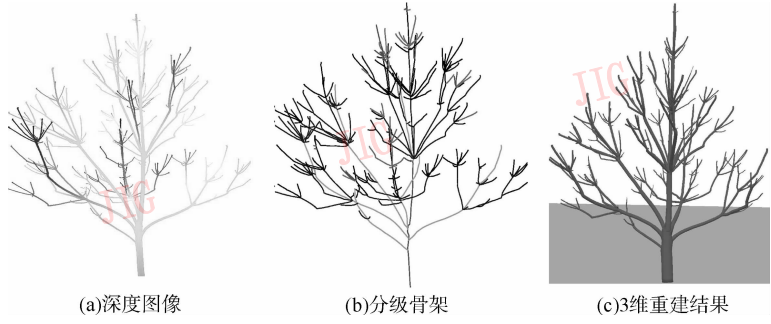


图 8 由单幅深度图像提取真实青桐树的分级骨架以及 3 维重建结果^[16]

Fig. 8 The extraction of hierarchical skeletons and 3D model reconstruction of real Firmiana Simplex from a single range image^[16]

另外,Xu 等人通过最小连接树把点云重建为网格,再进行分段,最后提取圆柱的中心点并连接成树木的骨架模型^[34]。这个方法过程较复杂而结果不精确。

基于 Morse 理论、Reeb 图等拓扑分析方法具有保持形状的拓扑结构特征不变的优点,但是利用拓扑方法进行拓扑特征点、骨架等特征的提取过程并不简单^[33]。

将数字几何处理、虚拟现实以及森林监测与管理相结合,利用激光扫描设备获取特定树木的 3 维点云数据,提取其骨架,进行树干和树枝以及树冠的 3 维建模,作为真实树木建模和生长模拟的测量数据,这是一个新的研究点,其中还有许多问题需要人们在未来的研究中解决。

4.4 形状分析与理解

多年来,形状分析与理解一直是一个极富挑战性的问题^[8,9],原因是:(1)形状理解起源于计算机视觉和不同领域的许多新的复杂应用,例如医学图像、动画和产品建模等;(2)迄今为止所获得的成果推动了极具创新性的研究领域的大量有意义的工

作,例如,在处理多维媒体的基于语义的知识系统^[8]领域等。当然,点云的形状分析与理解也是一个富有挑战性的开放性问题。3 维点云的形状分析与理解的基本过程如下图 9 所示。

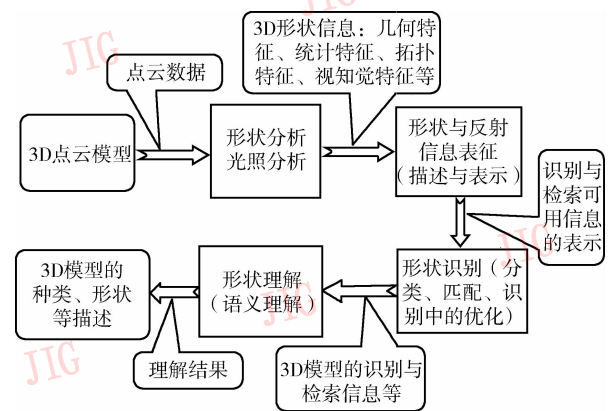


图 9 点云的形状分析与理解示意图

Fig. 9 Schematic diagram of shape analysis and understanding of point cloud

形状是一个复杂的概念,至今没有统一的定义,关于形状的研究都是通过其特征而进行的。

因此,形状分析与理解方法的前提和基础是假定被分析的形状具有一定的“几何”,即这些形状可以通过其结构(形状的特征和部分—整体分解)来描述。由于缺乏 3 维模型(数字形状)语义内容自动提取的工具以及过去对形状建模的研究主要集中在几何方面,所以在拓扑方面数字形状的语义内容的研究一直处于不能令人满意的状态^[8,9,25]。对一般数字形状所包含的隐含知识的理解并不是一个简单的工作^[8],由于缺乏形式化的定义,使得形状理解过程的复杂性大大增加。数字形状表示从纯粹几何层次到语义层次的发展,需要通过分析形状的几何、拓扑以及应用信息而产生描述形状及其结构的有效的高层计算模型。目前,基于知识系统的语义研究的快速发展正在为多维媒体的智能开发提供一个新的可能性,元数据和本体可以用来支撑和存储理解过程,并且产生 3D 形状的计算模型。

形状理解的计算方法分为两大类,即拓扑的方法和形状结构与几何的方法。基于拓扑的形状理解方法,除组合拓扑外,由于具有特征抽取性能,经典的工具,例如 Morse 理论、同伦、同调都适合于处理有关形状理解的问题^[8]。

在 3 维模型的分析与理解、简化、相似性估计和检索中,基于 Morse 映射函数的 Reeb 图可以发挥有效的作用。Reeb 图、扩展的 Reeb 图以及多分辨率 Reeb 图已经被成功地运用到 3 维网格模型的分析与理解中,例如 DTM (digital terrain models) 的存储、简化和重建等^[7-9,13-15,18,19,25,29,30,42,43,46]。预计在点云的分析与理解中它们也可以发挥重要的作用。

一个数字形状的原始几何数据的分析与结构化是模型语义解释这个困难工作的第一步^[8]。数字形状的语义和形状本身的内容密切相关。因此,完整的语义解释已经超出了数字几何处理的范畴。但特殊的应用还是有研究价值的,例如,在一定环境中虚拟人与其他目标的交互的研究等。

除 3.4 节中需要研究的问题外,3 维点云的形状分析与理解方面可能需要进一步研究的问题有:3 维点云数据的结构化表征与计算技术;研究如何从几何空间或像素空间中高效地提取多尺度、鲁棒的几何不变量和视知觉特征的稳定有效的方法;利用复杂模型的几何、统计、拓扑等特征信息,通过复杂模型与简化模型或典型模型的对应关系,研究对复

杂的几何形状和拓扑结构的理解,以及进一步获得决策信息的技术;研究从各种 3 维点云特征信息,到 3 维点云形状的高层语义描述的技术,例如从低层视觉特征推出高层语义描述;支持 3 维点云模型高效利用的特征表示方法与组织技术。

如果对点云进行了适当的形状分析,已经获得点云的拓扑结构特征,例如拓扑特征点、拓扑环、骨架等,并以一定的形式对原始模型进行了结构化的描述,那么我们就可以进行点云模型的匹配、理解、重建等工作。

5 结 论

由于法向量、曲率等几何特征分别和点云曲面的“一阶导数”和“二阶导数”相联系,因此它们对点云上的噪声及小的波动比较敏感,即使引入多分辨率结构也可能无济于事。由于拓扑结构特征具有平移、旋转等几何变换的不变性、抗噪性以及一定的与姿态的无关性^[12,13],这样就使得点云上拓扑结构特征的提取和表示变得尤为重要。如上所述,测地线和测地距离、Morse 理论、Level Set 方法、Reeb 图、骨架提取技术、频域处理技术^[6]、简化技术以及基于能量的方法都是点云形状分析的重要而有效的工具,它们在点云模型的特征提取、形状分解、形状理解以及以点云数据为基础的应用方面都具有十分重要的作用。

当前 3 维模型的研究有 3 个发展趋势:规模化、高维化和智能化。规模化是指数据对象从简单外形发展到复杂外形,表现为几何形状的复杂化和拓扑结构的复杂化。高维化是指从静态对象到运动对象和形变对象的变化,从纯粹的几何模型到基于物理建模的模型。智能化是指从数据处理到数据理解,模式识别方法和机器学习方法的引入有利于离散外形信息的语义理解。另外从应用角度来看,离散外形信息的理解,也必然要发展到对数据再利用,包括新的外形设计、规划和可视化。

点云的拓扑结构特征表征及计算技术在点云特征提取及其应用中具有重要的意义,是点云形状分析、形状理解的重要研究内容。如前所述,对它们的研究还需要进一步深化和系统化,并由此丰富离散微分几何理论与算法研究中关于离散空间的离散开集、闭集、离散集合的闭包、离散子集的布尔运算的定义等,丰富和发展离散空间中拓扑的定义、分类以

及多分辨率拓扑结构的内涵等^[4]。虽然基于拓扑结构特征的形状分析与理解已经有一些比较经典的研究,但这方面的研究还有待于进一步深化与系统化。此外,将几何特征、形状分布特征^[35, 47]、拓扑结构特征相结合的形状分析技术也有待于进一步发展,为了实现点云的自动化分解,离散曲率、离散曲率线、离散测地线的有关理论和技术也需要向前发展。

另外,形状分布技术、基于能量的形状特征提取技术等也是点云形状分析,特别是拓扑结构特征表征与计算的重要技术。

参考文献 (References)

- Schröder Peter, Sweldens Wim. Digital Geometry Processing [M]. SIGGRAPH 2001 Course Notes 50, Los Angeles, California, USA: ACM, 2001: 1~269.
- Zhang San-yuan, Zha Hong-bin, Bao Hu-jun, *et al.* New advance in the application of digital geometry processing [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2005, **17**(6): 1129~1138. [张三元, 查红彬, 鲍虎军等. 数字几何处理及其应用的最新进展[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, **17**(6): 1129~1138.]
- Cui Chen-yang, Shi Jiao-ying. Analysis of feature extraction in 3D model retrieval [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2004, **16**(7): 882~889. [崔晨阳, 石教英. 3维模型检索中的特征提取技术综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, **16**(7): 882~889.]
- Leif Kobbelt, Mario Botsch. A survey of point-based techniques in computer graphics [J]. Computers & Graphics, 2004, **28**(6): 801~814.
- Alexa M, Behr J, Cohen-Or D, *et al.* Point set surfaces [A]. In: Proceedings of IEEE Visualization[C], San Diego, CA, 2001: 21~28.
- Jag Mohan Singh, Narayanan P J. Progressive decomposition of point clouds without local planes [A]. In: Proceedings of the 5th Indian Conference on Computer Vision, Graphics and Image Processing 2006 [C], Madurai, India, 2006: 364~375.
- Bucksch A, Appel van Wageningen H. Skeletonization and segmentation of point clouds using octrees and graph theory [A]. In: Proceedings of the ISPRS Commission V Symposium[C], X X X V I (part 5): Dresden, Germany, 2006: 1~6.
- Attene M, Biasotti S, Mortara M, *et al.* Computational methods for understanding 3D shape [J]. Computers & Graphics, 2006, **30**(3): 323~333.
- Silvia Biasotti. Topological techniques for shape understanding [A]. In: Proceedings of 5th Central European Seminar on Computer Graphics [C], Budmerice, Slovakia, 2001: 163~172.
- Julien Tierny, Jean-Philippe Vandeborre, Mohamed Daoud. 3D mesh skeleton extraction using topological and geometrical analyses [A]. In: Proceedings of the 14th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications[C]. Taipei, Taiwan, 2006: 85~94.
- Du Haixia, Qin Hong. Medial axis extraction and shape manipulation of solid objects using parabolic PDEs [A]. In: Proceedings of the 9th ACM Symposium on Solid Modeling and Applications [C], Switzerland, Switzerland, 2004: 25~34.
- Sagi Katz, George Leifman, Ayellet Tal. Mesh segmentation using feature point and core extraction [J]. The Visual Computer (Pacific Graphics), 2005, **21**(8-10): 649~658.
- Hilaga M, Shinagawa Y, Kohmura T, *et al.* Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes [A]. In: Proceedings of SIGGRAPH 2001 [C], Los Angeles, USA, 2001: 203~212.
- Lazarus F, Verroust A. Level set diagrams of polyhedral objects [A]. In: Proceedings of ACM/SIGGRAPH Symposium on Solid Modeling and Applications [C]. Ann-Arbor, Michigan, USA, 1999: 130~134.
- Tam K L, Lau R H, Ngo C W. Deformable geometry model matching by topological and geometric signatures [A]. In: Proceedings of International Conference on Pattern Recognition[C], Cambridge, UK, 2004, **3**: 910~913.
- Cheng Zhang-lin, Zhang Xiao-peng, Chen Bao-quan. Simple reconstruction of tree branches from a single range image [J]. Journal of Computer Science and Technology, 2007, **22**(6): 846~858.
- Xiao Chun-xia, Feng Jie-qing, Miao Yong-wei, *et al.* Geodesic path computation and region decomposition of point-based surface based on level set method [J]. Chinese Journal of Computers (in Chinese), 2005, **28**(2): 250~258.
- Yamazaki Ichitaro, Natarajan Vijay, Bai Zhao-jun, *et al.* Segmenting point sets [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications 2006 [C], Washington, DC, USA, 2006: 4~13.
- Valerio Pascucci, Giorgio Scorzelli, Peer-Timo Bremer, *et al.* Robust on-line computation of reeb graphs: simplicity and speed [J]. ACM Transactions on Graphics, 2007, **26**(3): 58.1~58.9.
- Sun Xiao-peng, Li Hua. A survey of 3D mesh segmentation and application [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2005, **17**(8): 1647~1655. [孙晓鹏, 李华. 三维网格模型的分割及应用技术综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报. 2005, **17**(8): 1647~1655.]
- Du Pei-lin, Tu Chang-he, Wang Wen-ping. Computing geodesics on point clouds [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2006, **18**(3): 438~442. [杜培林, 屠长河, 王文平. 点云模型上测地线的计算[J]. 计算机辅助设计与图形学学报. 2006, **18**(3): 438~442.]
- Pottmann H, Leopoldseder S, Hofer M. Approximation with active B-spline curves and surfaces [A]. In: Proceedings of Pacific Graphics 2002 [C], Beijing, China, 2002: 8~25.
- Kumar G V V Ravi, Srinivasan Prabha, Holla V Devaraja, *et al.* Geodesic curve computations on surfaces [J]. Computer Aided Geometric Design, 2003, **20**(2): 119~133.

- 24 Facundo Memoli, Guillermo Sapiro. Distance functions and geodesics on submanifolds of surface and point clouds [J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2005, **65**(4): 1227 ~ 1260.
- 25 Xiao Y J, Werghi N, Siebert P. A topological approach for segmenting human body shape [A]. In: *Proceedings of the 12th International Conference on Image Analysis and Processing [C]*, Mantova, Italy, 2003: 82 ~ 87.
- 26 Naoufel Werghi. A robust approach for constructing a graph representation of articulated and tubular-like objects from 3D scattered data [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2006, **27**(6): 643 ~ 651.
- 27 Sethian J A. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts [A]. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences [C]*, New York, USA, 1996, **93**(4): 1591 ~ 1595.
- 28 Sethian J A. *Level Set Methods: Evolving Interfaces in Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science [M]*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1996: 1 ~ 218.
- 29 Zhaeng Guo-xian, Feng Jie-qing, Jin Xiao-gang, *et al.* Adaptive Level Set method based on the narrow band [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2007, **30**(2): 317 ~ 323. [郑国贤, 冯结青, 金小刚等. 基于窄带的自适应 Level Set 方法 [J]. *计算机学报*, 2007, **30**(2): 317 ~ 323.]
- 30 Dey T K, Giesen J, Goswami S. Shape segmentation and matching with flow discretization [A]. In: *Proceedings of Workshop on Algorithms and Data Structure [C]*, Ottawa, Ontario, Canada, 2003: 2748 25 ~ 36.
- 31 Bespalov D, Ali S, William C R, *et al.* Scale-space representation of 3D models and topological matching [A]. In: *Proceedings of 8th ACM/SIGGRAPH Symposium on Solid Modeling and Applications [C]*, Seattle, Washington, 2003: 208 ~ 215.
- 32 Tung T, Schmitt F. Augmented Reeb graphs for content-based retrieval of 3D mesh models [A]. In: *Proceedings of International Conference on Shape Modeling and Applications [C]*, Genova, Italy, 2004: 157 ~ 166.
- 33 Jason G Henning, Philip J Radtke. Detailed stem measurements of standing trees from ground-based scanning Lidar [J]. *ProQuest Agriculture Journals*, 2006, **52**(1): 67 ~ 80.
- 34 Xu Hui, Gossett Nathan, Chen Bao-quan. Knowledge-based modeling of laser-scanned trees [A]. In: *Proceedings of SIGGRAPH '05 Sketches [C]*, Los Angeles, Los Angeles, CA, USA, 2005: 124 ~ 124.
- 35 Osada R, Funkhouser T, Chazelle B, *et al.* Matching 3D models with shape distributions [A]. In: *Proceedings of the International Conference on Shape Modeling & Applications [C]*, Genova, Italy, 2001: 154 ~ 166.
- 36 Pauly M, Gross M. Spectral processing of point-sampled geometry [A]. In: *Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques [C]*, Los Angeles, California, 2001: 379 ~ 386.
- 37 Pauly Mark, Kobbelt Leif P, Gross Markus. Point-based multi-scale surface representation [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2006, **25**(2): 177 ~ 193.
- 38 Liu Rong, Zhang Hao. Mesh segmentation via spectral embedding and contour analysis [J]. *Computer Graphics Forum*, 2007, **26**(3): 385 ~ 394.
- 39 Zhang Hao, van Kaick Oliver, Dyer Ramsay. Spectral methods for mesh processing and analysis [A]. In: *Proceedings of Eurographics 2007 State of the Art Report [C]*, Prague, Czech Republic, 2007: 1 ~ 22.
- 40 Pauly Mark, Gross Markus, Kobbelt Leif P. Efficient simplification of point-sampled surfaces [A]. In: *Proceedings of IEEE Visualization [C]*, Boston, MA, USA, 2002: 163 ~ 170.
- 41 Moenning C, Dodgson N A. Intrinsic point cloud simplification [A], In: *Proceedings of GraphiC 2004 [C]*, Moscow, Russia, 2004: 6 ~ 10.
- 42 Shamir A. A formulation of boundary mesh segmentation [A]. In: *Proceedings of Second International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission [C]*, Thessaloniki, Greece, 2004: 82 ~ 89.
- 43 Zhang E, Mischaikow K, Turk G. Feature based surface parameterization and texture mapping [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2005, **24**(1): 1 ~ 27.
- 44 Hui Annie, Floriani Leila De. A two-level topological decomposition for non-manifold simplicial shapes [A]. In: *Proceedings of the 2007 ACM symposium on Solid and Physical Modeling [C]*, New York, USA, 2007: 355 ~ 360.
- 45 Ni Xinlai, Garland Michael, Hart John C. Fair Morse functions for extracting the topological structure of a surface mesh [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2004, **23**(3): 613 ~ 622.
- 46 Miao Yong-wei, Feng Jie-qing, Xiao Chun-xia, *et al.* Differential-based segmentation and parameterization for point-sampled surfaces [J]. *Journal of Computer Science and Technology*, 2007, **22**(5): 749 ~ 760.
- 47 Osada R, Funkhouser T, Chazelle B, *et al.* Shape distributions [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2002, **21**(4): 807 ~ 832.
- 48 Pu J, Kalyanaraman Y, Jayanti S, *et al.* Navigation and discovery of 3D models in a CAD repository [J]. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 2007, **27**(4): 38 ~ 47.
- 49 Marcel Körtgen, Gil-Joo Park, Marcin Novotni, *et al.* 3D shape matching with 3D shape contexts [A]. In: *Proceedings of 7th Central European Seminar on Computer Graphics [C]*, Budmerice, Slovakia, 2003: 73 ~ 85.